

Cohomology of integer matrices and local-global divisibility on the torus

par MARCO ILLENGO

RÉSUMÉ. Soient $p \neq 2$ un nombre premier et G un p -groupe de matrices dans $\mathrm{SL}_n(\mathbb{Z})$, pour un nombre entier n . Dans cet article nous montrons que, pour $n < 3(p - 1)$, un certain sous-groupe du groupe de cohomologie $H^1(G, \mathbb{F}_p^n)$ est trivial. Nous montrons aussi que cette affirmation peut être fausse pour $n \geq 3(p - 1)$. Avec un résultat de Dvornicich et Zannier (voir [1]), nous obtenons que le principe local-global de divisibilité pour p vaut pour tout tore algébrique de dimension $n < 3(p - 1)$.

ABSTRACT. Let $p \neq 2$ be a prime and let G be a p -group of matrices in $\mathrm{SL}_n(\mathbb{Z})$, for some integer n . In this paper we show that, when $n < 3(p - 1)$, a certain subgroup of the cohomology group $H^1(G, \mathbb{F}_p^n)$ is trivial. We also show that this statement can be false when $n \geq 3(p - 1)$. Together with a result of Dvornicich and Zannier (see [1]), we obtain that any algebraic torus of dimension $n < 3(p - 1)$ enjoys a local-global principle on divisibility by p .

Bibliography

- [1] R. DVORNICICH, U. ZANNIER, Local-global divisibility of rational points in some commutative algebraic groups. *Bull. Soc. Math. France* **129** (2001), no. 3, 317–338.

Marco ILLENGO
Scuola Normale Superiore
Piazza dei Cavalieri 7
56126 Pisa, Italia
E-mail : `marco.illengo@sns.it`